Artículo de revisión

Cultura del caos

Chaos Culture

Zurina Lestayo O'Farrill [1*]
José Luis Hernández Cáceres[2]

[1]Instituto de Neurología y Neurocirugía
[2]Centro de Neurociencias de Cuba

[*]Autor para la correspondencia: zurina@infomed.sld.cu

RESUMEN

La Teoría del Caos, considerada la tercera revolución de la física, se ha convertido en un método científico para abordar sistemas complejos que no pueden ser explicados por los recursos tradicionales de la ciencia. Su campo de aplicación es cada vez más amplio, porque el pensamiento complejo ha ofrecido solución a numerosos sistemas en la naturaleza, la biología y muy diversas esferas de la vida.

El objetivo de este trabajo es ofrecer una panorámica general sobre el tema, desde una postura no estrictamente matemática. Se realizó una revisión en la literatura y se expone el conocimiento sedimentado en el tiempo, por los estudiosos y expertos en la materia. Se ofrece una visión general de la Teoría del Caos, las condiciones para su surgimiento, así como sus aspectos y propiedades generales expresadas en sus dos dimensiones: tiempo (sistemas dinámicos) y espacio (fractales). Se hacen explícitos en cada caso, los conceptos y definiciones necesarias para entender y hablar de Caos. En un segundo artículo se expondrán las principales aplicaciones de esta teoría en la medicina y en particular en el campo de las neurociencias. Para los profesionales del sector salud, resulta un reto necesario familiarizarse con este nuevo enfoque, entender su esencia, principios y conceptos, para adquirir una cultura del Caos.

Palabras clave: caos; sistemas no lineales; sistemas dinámicos.

ABSTRACT

Chaos Theory, considered the third revolution in physics, has become a scientific method to address complex systems that cannot be explained by the traditional resources of science. Its field of application is increasingly wide, because complex thinking has offered solutions to numerous systems in nature, biology and very diverse spheres of life.

The objective of this work is to offer a general overview of the subject, from a non-strictly mathematical position. A literature review was carried out and the knowledge settled over time, by scholars and experts in the field, is exposed. An overview of Chaos Theory is offered, the conditions for its emergence, as well as its aspects and general properties expressed in its two dimensions: time (dynamic systems) and space (fractals). The concepts and definitions necessary to understand and speak of Chaos are made explicit in each case. In a second article, the main applications of this theory in medicine and in particular in the field of neurosciences will be exposed. For professionals in the health sector, it is a necessary challenge to become familiar with this new approach, understand its essence, principles and concepts, to acquire a culture of Chaos.

Keywords: chaos; nonlinear systems; dynamic systems.

Recibido: 15/03/2021
Aprobado: 19/03/2021

Introducción

En las primeras décadas del siglo XX, la física vivió dos grandes revoluciones: la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica. En las últimas décadas, tuvo lugar la tercera revolución de la física: la Teoría del Caos [(1)]. Los científicos descubrieron que sistemas relativamente simples, cuya evolución estaba determinada por leyes precisas, podían mostrar un comportamiento irregular, insoluble, de difícil predicción. La Teoría del Caos se ha convertido en un método científico para abordar estos sistemas complejos que no pueden ser explicados por los recursos tradicionales de la ciencia. Su campo de aplicación es cada vez más amplio, porque el pensamiento complejo ha ofrecido solución a numerosos sistemas en la naturaleza, la biología y muy diversas esferas de la vida [(2)].

Para los profesionales que no provienen de las matemáticas y la física resulta un reto necesario familiarizarse con este nuevo enfoque, entender su esencia, sus principios y conceptos, adquirir una cultura del Caos. Con el fin de ofrecer una panorámica cultural general sobre la Teoría del Caos, desde una postura no estrictamente matemática, se realizó una extensa revisión en la literatura referente a esta materia y se expone aquí el conocimiento que han sedimentado, en el tiempo, los estudiosos y expertos en la materia.

Método

Se realizó una revisión documental en las bases de datos bibliográficas de cobertura general y en artículos de revistas, comunicaciones, congresos, conferencias online, entre otros medios, velando por la experticia de los autores y la calidad de la información que ofrecían. Se organizó y unificó la información obtenida, con vistas a exponerla de manera clara, simplificada y sin complicaciones excesivas, para que pudiera resultar útil a profesionales de diferentes ramas, no expertos en matemática, física o en teoría del Caos.

Desarrollo

Se ofrecerá una panorámica histórica sobre el origen de la Teoría del Caos, desde la etimología de la palabra, su relación con el desarrollo cognoscitivo de la física y la matemática, a partir de otros campos como la mecánica, los sistemas dinámicos y la meteorología. Finalmente, se abordarán los aspectos y propiedades generales del Caos expresado en sus dos dimensiones: tiempo (sistemas dinámicos) y espacio (fractales).

Etimología de la palabra Caos

Cuando se habla de Caos, la mayoría de los autores y teóricos del tema lo relacionan con los mitos cosmogónicos de las antiguas civilizaciones. La palabra "*Khaos*" proviene del griego antiguo. Se refiere al vacío, estado anterior a la creación del universo o cosmos, antes que los elementos de la naturaleza aparecieran. Significaba de manera dual, tanto el estado original no formado del universo, como confusión y desorden total.

Gran parte de los mitos que narran sobre las teorías del origen del universo según los griegos afirman que el universo surge del Caos existente, un abismo, lugar abierto, oscuro, donde se encontraban desordenadamente los elementos naturales como: el agua, la tierra, el fuego y el aire. Caos era sinónimo de desorden. En su obra Caos, George Frederic Watts representa este momento del universo (fig. 1).

Fig. 1- Caos, obra de George Frederic Watts, 1875.

En la mitología china, el Dios de la creación Pangu, que surgió del Caos (universo no formado), una vez que las fuerzas del universo estaban en equilibrio, las dividió en dos con su hacha: el Yin y el Yang. La fuerza Yin se hundió para formar la tierra, mientras que la fuerza Yang se elevó para formar los cielos.

El Yin representa el orden y el yang el desorden. Yin y Yang deben estar en equilibrio, de lo contrario se genera nuevamente el Caos [(3)].

De estos mitos cosmogónicos nació la palabra Caos, en relación con el origen del universo y connotando desorden, irregularidad, cambios abruptos, cambio imprevisto, conductas erráticas o confusión.

Surgimiento de la Teoría del Caos

Se expondrá cómo surge la Teoría del Caos, a partir de diversos campos como la mecánica, los sistemas dinámicos y la meteorología y relacionada con el desarrollo cognoscitivo de la física y de la matemática. El Caos constituye un concepto y un hecho matemático innegable. Según Michel Baranger, la física teórica se basa en la matemática y todos los físicos teóricos son matemáticos aplicados [(4)].

Paradigmas sobre el universo

En la civilización griega, hace 2.500 años, se imaginaban el universo, con centro en la tierra, como una sucesión de esferas concéntricas en las que se situaban el sol, la luna, los planetas y el fondo de estrellas fijas. Este paradigma geocéntrico estaba basado en obras de Platón (427-347 a.C), Aristóteles (384-322 a.C) y Ptolomeo (100-170 C). Fueron necesario milenios de confusión y debates científicos, hasta llegar al siglo XVI, cuando Copérnico (1473-1543) formuló, fundamentó matemáticamente y publicó la teoría heliocéntrica, donde la tierra es uno de los planetas que giran alrededor del sol (libro: *De Revolutionibus Orbium Coelestium*, 1543); primer cambio revolucionario de paradigmas en la ciencia, nombrado la revolución de Copérnico.

Formaron parte de esta revolución y contribuyeron al desarrollo de la física, la matemática, la astronomía y el pensamiento científico de ese tiempo: figuras como Galileo Galilei (1564-1642), Kepler (1571-1630), Descartes (1596-1650) y Newton (1642-1727).

Aportes a la matemática en los siglos XVI-XVIII

Galileo Galilei (1564-1642)

Fue uno de los primeros científicos que fundamentó sus investigaciones, para comprender la naturaleza, en las matemáticas. Galileo interpretó matemáticamente el espacio mediante fórmulas.

Johannes Kepler (1571-1630)

Describió matemáticamente el movimiento de los planetas en sus órbitas, alrededor del sol (enunció las conocidas 3 leyes de Kepler).

René Descartes (1596-1650)

Interpretó matemáticamente el espacio mediante la geometría. Su aporte fundamental en las matemáticas fue la geometría cartesiana o analítica, que utiliza el álgebra para describir la geometría. Inventó la convención de representar las incógnitas (x,y,z) y datos conocidos (a,b,c), así como la notación que usa superíndices para los exponentes, entre otros.

Issac Newton (1642-1727)

Enunció las tres leyes del movimiento de los cuerpos, planteó la ley de gravitación universal, las bases de la mecánica clásica e inventó (al mismo tiempo que Leibniz) el cálculo infinitesimal. En 1687, resolvió el problema de los dos cuerpos: ¿Cómo se moverán dos masas en el espacio (tierra y luna) si la única fuerza que experimentan es su mutua atracción gravitatoria? Formuló y resolvió este problema mediante un sistema de ecuaciones diferenciales, que dictan el movimiento futuro de un objeto a partir de su posición y velocidad en un momento dado. Desde entonces, las leyes físicas que describían los sistemas dinámicos quedaron expresadas por medio de ecuaciones diferenciales [5]. Este fue un aporte muy importante, pues, con el tiempo, toda la naturaleza quedó modelada mediante ecuaciones diferenciales lineales y los problemas no lineales se resolvían linealizándolos.

Newton también planteó el problema de los n cuerpos: ¿Cómo se moverían en el futuro tres objetos mutuamente atraídos por su gravedad, dadas sus posiciones y velocidades actuales? Este es uno de los problemas más antiguos en la matemática y la física (desde el siglo XVII) que con el tiempo se demostró que era insoluble.

Henri Poincaré (1854-1912)

Dos siglos después que Newton descubrió el problema de los dos cuerpos y planteó como insoluble el problema de los n cuerpos; Henri Poincaré (matemático francés) en 1890, desarrolló la teoría geométrica o cualitativa de las ecuaciones diferenciales y reveló, por primera vez, que las ecuaciones que describen fenómenos naturales pueden tener soluciones que se comportan en forma “caótica”. Aunque él no mencionó la palabra Caos, definió una característica inherente a este: “una causa muy pequeña que se nos escapa, determina un efecto notable que no podemos ver y decimos entonces que tal efecto se debe al azar, lo que equivale a que, pequeñas diferencias en las condiciones iniciales engendren mayores diferencias en el fenómeno final”. Por esta razón, Pointcaré es considerado el precursor de la Teoría del Caos o de los sistemas no lineales, pero esta teoría fue popularizada gracias al trabajo del matemático y meteorólogo Edward Norton Lorenz y su conocido “efecto mariposa”.

Edward Norton Lorenz (1917-2008)

Las relaciones entre el aleteo de una mariposa y acontecimientos remotos pueden verse sugeridas en un antiguo proverbio chino que dice: “el leve aleteo de las alas de una mariposa se puede sentir al otro lado del mundo”. Sugiere que todos los acontecimientos están relacionados y repercuten los unos en los otros, pero no hace referencia estrictamente a la teoría del Caos. En tiempos modernos, el efecto mariposa está ligado al Caos debido a Lorenz [6].

En 1961, Edward Norton Lorenz, meteorólogo en el MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts), trabajaba en un proyecto para simular patrones del tiempo en una computadora. Había obtenido una secuencia de datos, en base a 12 variables, en su intento por predecir el clima. Quiso repetir los cálculos, para validar los datos, e introdujo nuevamente los datos en la simulación. Para ahorrar tiempo comenzó la simulación a la mitad de la simulación anterior y ocurrió que los patrones climáticos que la computadora predijo para la nueva simulación eran muy diferentes de como se habían predicho inicialmente y en la medida que se repetían los cálculos el error se amplificaba hasta dominar a la solución.

Tratando de encontrar el error, Lorenz utilizó ingeniería inversa y descubrió que había introducido los mismos datos, pero solamente hasta el tercer decimal, cuando en la simulación inicial introdujo hasta el 6to decimal.

Había tropezado accidentalmente con el efecto mariposa, después de observar que desviaciones en milésimas cambiaban grandemente el resultado de las simulaciones.

De tal manera, quedó claro que los sistemas dinámicos complejos, tales como el clima, son tan increíblemente sensibles que el menor detalle puede afectarlos.

El efecto mariposa refleja una propiedad importante de los sistemas caóticos, la sensibilidad a las condiciones iniciales.

Lorenz también dedujo algunas de las propiedades generales del Caos, además de la dependencia y sensibilidad a las condiciones iniciales, estas son la existencia de órbitas periódicas densas, los puntos periódicos, el acotamiento de trayectorias y la no linealidad, entre otras.

Hasta aquel momento predominaba la simulación de procesos empleando ecuaciones diferenciales lineales; pero, con la teoría del Caos, comienzan a entenderse los procesos complejos (que carecían de entendimiento), mediante el empleo de ecuaciones diferenciales no lineales, dado que se comprendió que el comportamiento irregular o caótico surgía de la no linealidad.

Había nacido una nueva ciencia y el clima, por medio de Lorenz, fue uno de los protagonistas [7]. Lorenz fue el salto de las leyes deterministas de Newton a las simulaciones de hoy en día [8]. Así se inició el estudio moderno de la dinámica caótica.

Ilya Prigogine (1917-2003)

En la década de los 70 del siglo XX, muy próximo a la descripción de Lorenz del efecto mariposa, aparece la denominada termodinámica no lineal o termodinámica del no-equilibrio, su fundador, el físico-químico ruso-belga Ilya Prigogine, premio Nobel de

Química, presenta sus trabajos que abordan los sistemas lejos del equilibrio, en los cuales las fluctuaciones y la evolución hacia el desorden, llegan a ser fuente de orden. Es desde estos estudios donde la Teoría del Caos comienza a afianzarse por el camino de la ciencia.
Aunque se habían determinado todas las características que definían los sistemas actualmente conocidos como caóticos, el nombre de Caos no fue acuñado para estos sistemas dinámicos deterministas no lineales hasta 1991 por James Yorke, matemático destacado en la universidad de Maryland.

Teoría del Caos

La Teoría del Caos trata ciertos tipos de sistemas dinámicos no lineales y sistemas complejos, muy sensibles a las variaciones en las condiciones iniciales. Pequeñas variaciones en dichas condiciones pueden implicar grandes diferencias en el comportamiento futuro, imposibilitando la predicción a largo plazo. Esto sucede, aunque estos sistemas son, en rigor, deterministas, puesto que su comportamiento puede ser completamente determinado conociendo sus condiciones iniciales.

El Caos puede analizarse en dos dimensiones: tiempo (sistemas dinámicos) y espacio (fractales).

Caos en el tiempo

Un sistema cuya configuración es capaz de cambiar en el tiempo es conocido como un sistema dinámico. Un sistema dinámico cuenta con algunas variables y algunas ecuaciones de movimiento o ecuaciones dinámicas. Sus variables modifican sus valores en el tiempo y pueden ser únicas o múltiples, continuas o discretas.

Los sistemas dinámicos son definidos por la relación entre el estado del sistema en el presente X_0 y el estado del sistema en el futuro Xt. La relación entre estos dos momentos puede ser estocástica, determinística o mixta:

1. Estocástica o aleatoria: P (Xt/X_0) Es la probabilidad de transición del estado X_0 al estado X_t.
2. Determinístico $Xt = F(X_0)$.
3. Mixto: $Xt = F(X_0) + Yt \quad P(Yt/Y_0)$.

Sistema dinámico estocástico *vs* determinístico

El sistema estocástico (aleatorio o probabilístico) es aquel que no se puede predecir. Se mueve al azar. Por ejemplo, es imposible predecir en qué número se detendrá una ruleta en una casa de juegos o qué cara saldrá al lanzar un dado.

Estos sistemas están constituidos por variables aleatorias cuyas características pueden variar en el tiempo. En los sistemas estocásticos, aun repitiendo en las mismas condiciones el experimento que lo produce, el resultado variaría de una repetición a otra dentro de un conjunto de posibles resultados. Solo es posible caracterizar el comportamiento estadístico de estos sistemas y conocer el conjunto más probable de posibles soluciones o resultados.

Ejemplos de sistemas estocásticos en biología:

1- La propagación de una epidemia. El modelo SIR es estocástico [9], [10]. El paso de un individuo de susceptible a infestado y a removido (recuperado o muerto) depende de muchas variables aleatorias.
2- Señales biomédicas: electrocardiograma, encefalograma, etcétera.
3- La evolución de la población de un municipio año tras año.

Otros ejemplos de sistemas estocásticos:

1. El clima: Se desea saber con qué probabilidad lloverá mañana. No se puede saber con exactitud si lloverá o no, porque depende de un gigantesco conjunto de variables estocásticas interrelacionadas (velocidad del viento, humedad del aire, etc.) que evolucionan en el espacio y en el tiempo.
2. Los terremotos.
3. El segundo concreto de un partido donde un jugador anota un gol.
4. Las señales de telecomunicación.
5. El número de manchas solares, año tras año.
6. El índice de la bolsa, segundo a segundo.
7. El tiempo de espera en la cola de cada usuario que va llegando a una ventanilla.

Un sistema determinístico es aquel donde el comportamiento no está regido por el azar, sino por leyes propias. La ley más general que se puede encontrar es que el valor del sistema en un tiempo futuro depende del valor inicial ($Xt = F(X_0)$).

El ejemplo más popular es el de la posición de un péndulo en el tiempo. La ecuación diferencial que describe el movimiento del péndulo simple, contiene como variables la longitud del péndulo (l*)* y la acción de la fuerza de gravedad a la que está sometido (g). De manera que la derivada segunda del ángulo (θ) que forma el péndulo con la vertical, con respecto al tiempo dos veces, es igual a la menos constante de la gravedad, dividido por la longitud del péndulo y multiplicado por el seno del ángulo. Si se resuelve la ecuación diferencial podemos saber con precisión la posición que ocupa el péndulo en cada instante de tiempo. Es un sistema determinístico.

El péndulo y la ruleta aparecerán como dos fenómenos de naturaleza diferente. La ruleta se comporta como un fenómeno aleatorio y el péndulo como uno determinístico.

En biología no se cumplen las leyes de Newton por lo que es necesario construir las ecuaciones de la mejor manera posible para así tener la "Ley" de la dinámica del sistema. En algunos casos ni siquiera se tiene información para construir el sistema de ecuaciones y solo se puede realizar un acercamiento mediante las variaciones temporales de las magnitudes. El estudio del comportamiento de una serie temporal puede brindar información sobre el sistema y facilita realizar predicciones.

Sistemas dinámicos lineales *vs* no lineales

Los sistemas dinámicos además de estocásticos o determinísticos pueden ser lineales y no lineales.

En un sistema lineal la potencia de las variables del sistema es uno. De tal manera que la magnitud de la salida (Y) está controlada por la entrada (X), de acuerdo con una ecuación simple, como, por ejemplo, la Ley de Ohm, donde V = IR (Voltaje es igual a Intensidad por Resistencia).

Los Sistemas Lineales tienen cuatro características: [11]

1. Proporcionalidad: la salida depende de la entrada, de modo tal que pequeñas causas provocan pequeños efectos.
2. Superposición: Los sistemas lineales se pueden separar en partes, resolver cada una de ellas y juntar las soluciones para obtener la solución final.
3. Replicación: la misma acción en las mismas condiciones producen el mismo resultado.
4. Relaciones claras entre causa y efecto: basta conocer un poco acerca del comportamiento de un sistema para conocerlo por completo [12].

Los componentes de un sistema lineal no tienen comportamientos sorpresivos o anómalos.

Un sistema es no lineal cuando la potencia de las variables del sistema es diferente de uno. Aún los sistemas no lineales más simples violan los principios de la proporcionalidad y de la superposición; así, pequeños cambios conllevan efectos dramáticos y paroxísticos; además, los sistemas no lineales compuestos por múltiples subunidades no pueden ser comprendidos analizando cada componente individualmente.

La estrategia reduccionista falla, porque los componentes de una red no lineal interactúan acoplados. Como resultado, pueden exhibir comportamientos característicos, como son:

1. Autosostenibilidad.
2. Oscilaciones periódicas.
3. Cambios abruptos del comportamiento (Ej.: debut de una crisis epiléptica).
4. Caos.

Los sistemas dinámicos pueden ser estocásticos, determinísticos o mixtos. Estos a su vez pueden ser lineales o no lineales. Cuando estamos ante un sistema determinístico no lineal, estamos hablando de Caos (fig. 2).

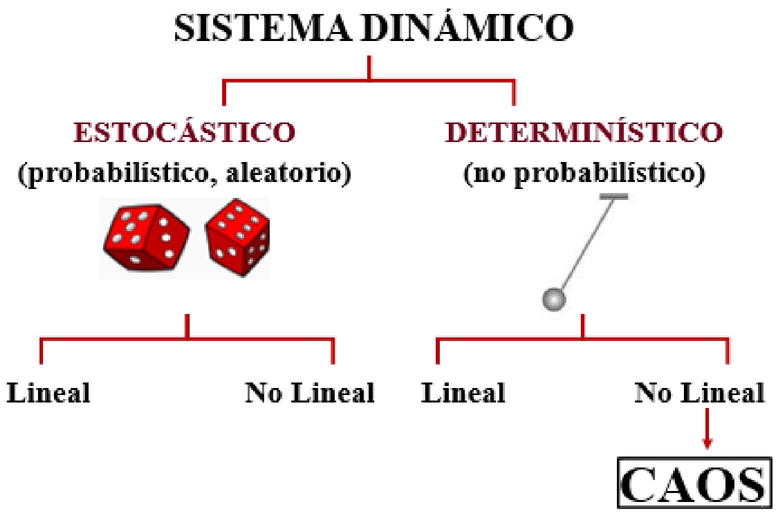

Fig. 2. Clasificación de los sistemas dinámicos.

Atractores

Los sistemas dinámicos pueden ser estudiados a partir de su espacio de fases o diagrama de fases. Esto es la representación coordenada de las variables independientes del sistema, donde el tiempo es implícito y cada eje representa una dimensión del estado. A cada estado del sistema dinámico le corresponde un punto único. La evolución en el tiempo de ese sistema consistiría en una serie de puntos que forman una trayectoria en el espacio de estados o de fases, de manera tal que es posible visualizar el movimiento del sistema.

Si el estado de un sistema dinámico en un cierto momento puede ser descrito por M variables, este estado puede ser representado gráficamente por un punto en un espacio de fase de M dimensiones.

Cuando el tiempo tiende a infinito, la trayectoria sólo ocupará un subespacio del espacio de estados, denominado atractor. Un atractor es un conjunto en el que todas las trayectorias cercanas convergen.

El atractor es la representación geométrica de la dinámica del sistema en el tiempo; los atractores pueden ser caracterizados por sus dimensiones. La dimensión del atractor indica el número de frecuencias independientes (M).

En un sistema estrictamente aleatorio para un valor dado de X_{t-1}, será probable cualquier valor de X_t. De esta manera, el espacio de fase se cubriría completamente (fig. 3). Un sistema inestable se escapa de los atractores (Ej.: sistema aleatorio).

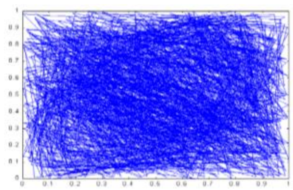

Fig. 3. Espacio de fases de un sistema aleatorio.

Tipos de atractores

La Figura 4 ilustra los tipos conocidos de atractores.

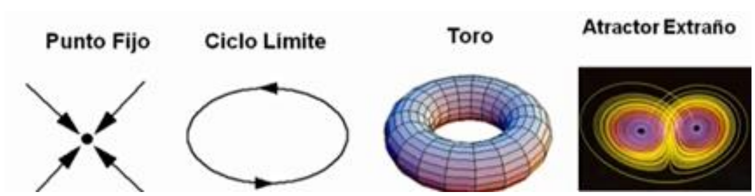

Fig. 4. Tipos de atractores.

El atractor de punto fijo o puntual, constituye la solución estable más simple, pues con el tiempo todas las trayectorias terminan en un punto. Un ejemplo común es el péndulo con rozamiento, que tiende al punto en el que el ángulo es nulo respecto a la vertical, debido al rozamiento con el aire.

El atractor de ciclo límite (o periódico) es el segundo tipo de atractor más sencillo. Todas las trayectorias del sistema convergen en una curva cerrada y aislada. Este tipo de atractor tiende a mantenerse en un periodo igual para siempre (atractor periódico). Como ejemplo se puede tomar un péndulo alimentado para contrarrestar la fuerza de rozamiento por lo que oscilaría de lado a lado continuamente, Sin una fuerza externa, el ciclo limitado corresponde a una posición periódica estable del sistema no lineal, cuya amplitud y frecuencia están determinadas por parámetros internos de oscilaciones auto-sostenidas.

Cuando una trayectoria periódica es gobernada por más de una frecuencia y dos de estas frecuencias son inconmensurables, la trayectoria no se cerrará y el ciclo límite se convertirá en un toro. La trayectoria del toro es un movimiento cuasi periódico. El atractor cuasi periódico funciona de manera periódica, pero nunca se repite con exactitud. No existe un patrón fijo que determine su comportamiento.

Atractor caótico

Siguiendo el ejemplo del péndulo con rozamiento, si además del rozamiento se introduce una fuerza externa armónica que contrarresta a la fuerza de rozamiento (componente no lineal), el sistema ya no tenderá al equilibrio. Al ser una fuerza armónica se encuentran soluciones periódicas (ciclos límite), pero los periodos dependen de la fuerza armónica externa. Al aumentar la fuerza externa, las órbitas periódicas desaparecen y oscilan sin cesar sin ninguna regularidad. La solución en el espacio de fases ocupará regiones de geometría muy interesante. Es una curva enrollada donde se mezclan las sendas, y las trayectorias nunca vuelven al mismo sitio. Son sistemas irregulares, su actividad parece ser aleatoria, pero es determinística y reproducible si las condiciones iniciales pueden ser replicadas. Aparece en sistemas no lineales. Los atractores extraños o caóticos tienen una dimensión no entera. Se hablará de ello más adelante.

Los sistemas también pueden ser estables, cuando tienden en el tiempo a un punto u órbita, según su dimensión (atractor); o inestables, cuando se escapen de los atractores.

Un sistema caótico manifiesta los dos comportamientos. Por un lado, existe un atractor por el que el sistema se ve atraído, pero a la vez, hay "fuerzas" que lo alejan de este. De esa manera, el sistema permanece confinado en una zona de su espacio de estados, pero sin tender a un atractor fijo. En los sistemas caóticos es fácil encontrar trayectorias de movimiento no periódico, pero cuasi-periódicos.

Propiedades de un sistema dinámico caótico o movimiento caótico [13], [14]

1. El sistema no contiene parámetros al azar. El comportamiento irregular surge de la no linealidad. Se define como determinista no lineal. El sistema debe tener mínimo 3 variables, pero 3 o más variables no implican que haya caos.

En 1987 Skarda y Freeman describieron el caos como un ruido pseudoaleatorio. Generalmente la palabra CAOS se refiere a una señal aperiódica de baja dimensión, mientras que el término ruido es usado para describir la conducta resultante de muchos grados de libertad.

2. Sensibilidad a las condiciones iniciales o efecto mariposa. Las trayectorias que comienzan cerca, con el tiempo en el proceso de iteración sucesiva se separan exponencialmente en el espacio de fases, representando series temporales completamente diferente. La sensibilidad a las condiciones iniciales está relacionada con el exponente Lyapunov. El exponente Lyapunov es una cantidad que caracteriza la relación de separación de trayectorias infinitamente cercanas. Esta sensibilidad a la condición inicial también lleva consigo la dramática implicación de la imposibilidad para realizar predicciones duraderas (a largo plazo) del sistema, perturbaciones arbitrarias pequeñas pueden o no tener consecuencias.
3. Presencia de atractor extraño. Las trayectorias no se ajustan a un punto fijo, órbita periódica u órbita cuasi-periódica, cuando *t* tiende a infinito. Sus órbitas periódicas deben ser densas.
4. Transitividad. Significa que la aplicación de las transformaciones de cualquier intervalo dado I_1 se expande hasta que se superpone con otro intervalo dado I_2

Un sistema no lineal (caótico) puede experimentar cambios (transiciones) súbitos y discontinuos en el estado del sistema. Ejemplo de una importante clase de transición abrupta no lineal es la llamada “bifurcación’**.** Este término describe situaciones donde un incremento o decremento muy pequeño en el valor de algún parámetro que controla el sistema ocasiona que el sistema cambie abruptamente de un tipo de comportamiento a otro. Por ejemplo, la salida puede ser, entonces, muy irregular o altamente periódica y viceversa.

Aquí se manifiesta otra propiedad de los sistemas no lineales que es el “efecto de perturbaciones débiles”. Uno de los aspectos más importantes de la conducta caótica de los procesos fisiológicos en el enfrentamiento de las nuevas demandas del medio externo es la reducción rápida, instantánea, del umbral de excitación de masas de poblaciones de células nerviosas no excitadas en esa combinación particular, anteriormente.

Cambios rápidos de estado y bifurcaciones son característicos de redes que son sensibles a condiciones iniciales muy débiles, que conducen a cambios diseminados o extendidos en todo el sistema. El debut súbito impredecible de una crisis epiléptica en fisiopatología constituye ejemplo de una conducta caótica de la red neuronal.

Hasta aquí se ha analizado el Caos en su dimensión tiempo. A continuación se expondrá cómo se refleja el Caos en la dimensión espacio.

Caos en el espacio. ¿Qué es un fractal?

Un objeto caótico en el espacio es llamado fractal.

El matemático Benoit Mandelbrot expuso sus primeras ideas sobre fractales en su artículo ¿Cuánto mide la costa de Gran Bretaña*?***,** publicado en la revista Science***,*** en el año 1967. En él argumenta que la longitud de una línea costera (como, por ejemplo, la costa de Gran Bretaña) depende de la regla con la que la midamos. En líneas generales, la costa tendrá mayor longitud cuanto menor sea la unidad de medida utilizada.

En su libro La geometría fractal de la naturaleza [15], donde profundiza sus ensayos de 1975 y 1977, considera que, mediante la geometría euclidiana, es imposible describir la forma de una nube, montaña, costa o de un árbol, entre otras. Plantea que ni las nubes son esféricas, ni las montañas cónicas, ni las costas circulares, ni la corteza es suave, ni el rayo rectilíneo.

Considera que muchas de las formas naturales son tan irregulares o fragmentadas, que presentan un grado superior de complejidad, a un nivel completamente diferente y plantea que existe un desafío: la investigación de la morfología de lo amorfo. En respuesta, concibió y desarrolló una nueva geometría de la naturaleza y comenzó a emplearla en una serie de campos. Esta nueva geometría permite describir muchas formas irregulares y fragmentadas que nos rodean, dando lugar a un campo teórico, donde se identifican una serie de formas a las que llama fractales. Por eso es considerado Mandelbrot como el padre de la geometría fractal.

La expresión fractal viene del latín *fractus*, que significa fracturado, roto, irregular. Un fractal es un objeto geométrico formado por componentes infinitos, cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas. Es decir, tienen una estructura geométrica recursiva. Es una figura que no se hace simple cuando se descomponen y analizan sus partes [4].

Propiedades de los fractales

1. Autosimilitud**.** El todo está formado por pequeños fragmentos parecidos al todo. De acuerdo a Mandelbrot**,** los fractales pueden presentar 3 clases diferentes de autosimilitud**.** La autosimilitud exacta, el fractal resulta idéntico a cualquier escala; la cuasiautosimilitud, con el cambio de escala, las copias del conjunto son muy semejantes, pero no idénticas y la autosimilitud estadística, el fractal debe tener dimensiones estadísticas o de número que se conserven con la variación de la escala.
Note en la imagen del brócoli (fig. 5) que el segmento enmarcado en el cuadro rojo es similar al todo y en el triángulo de Sierpinski (fig. 6), se descompone sucesivamente dicho triángulo equilátero en 3 triángulos iguales a la figura original.

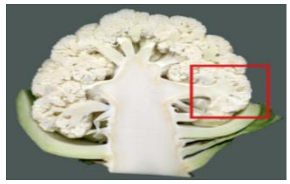

Fig. 5- El segmento enmarcado en rojo es similar al todo.

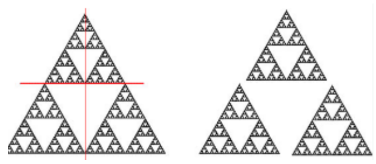

Fig. 6- Trianfgulo de Sierspinski.

2. Dimensión no entera: La dimensión de un fractal no es un número entero sino un número generalmente irracional.
3. Estructura compleja a cualquier escala. Muestran estructuras muy complejas, independientemente de la escala a la cual lo observemos.
4. Infinitud. Se consideran infinitos, ya que a medida que aumentamos la precisión del instrumento de medición observamos que el fractal aumenta en longitud o perímetro.

Existen objetos fractales que no tienen autosimilitud. Por ello, en la definición de fractal, hay que hacer uso del concepto de dimensión.

1. Dimensión -1: Representa el vacío.
2. Dimensión 0: Representa un punto. No tiene dimensión.
3. Dimensión 1: Representa una línea (formada por infinitos puntos) sólo tiene longitud.
4. Dimensión 2: Representa un plano. Es bidimensional
5. Dimensión 3: Representa un cubo. Tridimensional, ya que tiene longitud, anchura y profundidad.

¿Qué sucede al medir la dimensión de un fractal? Si se calcula la dimensión del triángulo de Sierpinski el resultado es de 1.58496. La costa occidental de Gran Bretaña, se ha calculado que tiene, aproximadamente, dimensión 1.25. El atractor de Lorenz tiene una dimensión, de 2.06 ± 001, según Hausdorff.

Los fractales se comportan de manera que: son más que líneas y al mismo tiempo menos que áreas, o más que puntos y al mismo tiempo menos que líneas. Por eso se dice que su dimensión es fraccionaria o no entera.

Fractales construidos por el hombre

Se pueden construir fractales mediante una función que se va iterando un número arbitrario de veces o mediante la aplicación de técnicas de recursividad. En todos ellos, se verá cómo el todo puede ser descompuesto en partes que son similares a él, de manera sucesiva (autosimilitud). El más popular de todos es el conjunto de Maldenbrot (fig. 7).

Fig. 7- Fractal construido por el hombre: Complejo de Mandelbrot.

Fractales en la vida cotidiana

La naturaleza está llena de fractales. Existen numerosos objetos ordinarios que, debido a su estructura o comportamiento, son considerados fractales naturales, aunque no sean reconocidos como tal. Estos no pueden ser medidos empleando los recursos de geometría tradicional, no se ajustan a una regla, pirámide, círculo, etcétera.

Como ejemplos de fractales naturales se pueden mencionar: las costas, los terremotos, los árboles, las algas, el brócoli, una hoja de helecho, los copos de nieve y las nubes. Dentro de la anatomía humana los vasos sanguíneos, el árbol traqueobronquial y la red neural encefálica, entre otros.

Algunos tienen un alto grado de auto similitud, cuando son examinados en escalas sucesivamente más finas. Otros, como nuestro cuerpo, no; pero no se simplifican como debieran, si fueran tratados por medio del cálculo. Estos son fractales naturales, finitos, no ideales. Los fractales matemáticos sí gozan de infinitud y son ideales [16].

Como expone Michel Baranger: vivimos entre fractales y nos sentimos más confortables entre ellos que entre las figuras geométricas elementales. Y se pregunta: ¿No es extraño que entonces, la palabra fractal no fuera inventada hasta 1974? [(4)].

La aparición de la geometría fractal y el estudio de los sistemas no lineales han permitido analizar y caracterizar fenómenos irregulares que escapaban a las técnicas de análisis clásicas. [(17)]

Conclusiones

Existen sistemas difíciles de resolver con las matemáticas y el enfoque científico tradicionales, por ser irregulares, inexactos e impredecibles. El estudio continuo de estos sistemas, permitió detectar las propiedades inherentes a los mismos. Dentro de estas resaltan la dependencia y sensibilidad a las condiciones iniciales (efecto mariposa) y la no linealidad. Todo un conjunto de conocimientos y metodologías de análisis nuevos fueron surgiendo y conformaron la denominada Teoría del Caos o de la no linealidad. La aparición de la Teoría del Caos ha generado un cambio del paradigma científico tradicional, posibilitando encontrar el orden en el desorden. Más que una teoría, el Caos se ha convertido en un método, un modelo, una forma de generar conocimientos científicos en el área de los sistemas complejos.

Referencias

1. Pérez Izquierdo A. La Teoría del Caos: Las leyes de lo impredecible. RBA libros. Barcelona. 2019.
2. Arshad Id, Shahtaj S, Arshid A, Amna E, Syed Aziz S, Jawad A. Chaos Theory and its Application: An Essential Framework for Image Encryption. Chaos Theory and Applications (CHTA) 2020; 2 (1): 17-22
3. Carballo R. Yin, Yan y Caos. 11 de mayo 2011. Disponible en: http://www. robertocarballo.com/2011/05/11/ yin-yan-y-caos/ http://scielo.sld.cu/pdf/mgi/v14n6/mgi21698.pdf
4. Baranger M. Complejidad, caos y entropía. Una charla de física para no físicos. Internet. Instituto de Sistemas Complejos de Nueva Inglaterra (Abril 2000). Disponible en: https://veredes.es/vad/index.php/vad/article/view/119
5. Madrid Casado C M. Historia de la teoría del caos contada para escépticos. Cuestiones de génesis y estructura. Encuentro multidisciplinares nº 34 Enero-Abril 2010:1-15. Disponible en:

https://repositorio.uam.es/bitstream/handle/10486/679228/EM_34_3.pdf?sequence=1&isAllowed=y

6. McFadden Ch. What exactly is the Butterfly effect? Interesting engineering. Science. April 25, 2019. Disponible en: https://interestingengineering.com/what-exactly-is-the-butterfly-effect

7. De Regules S. Caos y complejidad. La realidad como un caleidoscopio. Menos es más. Internet. Shackleton Books.2019. Aprox 37 p Disponible en: https://shackletonbooks.com/img/cms/1%20Cap%C3%ADtulo%20-%20Caos%20y%20complejidad.pdf

8. Espinosa AE, Ureta C. La creación de la metáfora Efecto Mariposa. Internet. Revista Ciencia.Octubre-Diciembre 2014. Disponible en: https://www.amc.edu.mx/revistaciencia/images/revista/65_4/PDF/EfectoMariposa.pdf

9. Vázquez Argote KR, Monzón Pérez ME, Hernández Cáceres JL: Modelo SIR para epidemias: Persistencia en el tiempo y nuevos retos en la era de la Informática y las pandemias. Revista cubana de Informática médica http://www.rcim.sld.cu/revista_13/articulos_htm/modelosir.htm

10. Ávila-Pozos R, Jiménez-Munguía RR, Temoltzi-Avila R. Modelos estocásticos en epidemiología. Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI. Pädi 2019; 12: 95–101.Disponible en: https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/article/view/3438

11. Goldberger A L. Nonlinear Dynamics, fractals and Chaos Theory: Implications for neuroanatomic Heart rate control in health disease. Internet. PhysioNet: the research resource for complex physiologic signals. 2000. Disponible en: https://archive.physionet.org/tutorials/ndc/ p. 135-54

12. Fernández Sanjuán MA. Dinámica No Lineal, Teoría del Caos y Sistemas Complejos: una perspectiva histórica. Rev.R. Acad.Cienc. Exact.Fís. Nat. 2016; 109(1–2): 107–126.Disponible en: https://rac.es/ficheros/ficheros/doc/01213.pdf

13. May Robert M. Simple mathematical models with very complicates dynamics. Nature 1976; 261: 459. Disponible en: https://www.nature.com/articles/261459a0

14. Domínguez Trejo B. El mundo dentro de nosotros. Ensayo publicado originalmente en el suplemento dominical no. 227 del periódico "El Nacional", el 25 de septiembre de 1994, pp. 18-21. revisado: 8-abril-2005.

15. Benoit B, Mandelbrot WH. The fractal geometry of nature. Freeman. New York. 1983.

16. Borondo F. Teoría del caos. Aplicaciones en Medicina, apuntes de Ciencias Ambientales. Universidad a Distancia de Madrid (UDIMA). 2012.Disponible en: https://www.docsity.com/es/teoria-del-caos-aplicaciones-en-medicina/2975090/

17. Gutiérrez JM. Sistemas no lineales. Conceptos, algoritmos y aplicaciones. V conferencia nacional de ciencias de la computación-CCBOL'98. Nov. 16 -20 . 1998. Potosí. Tutorial T2. Dpto. de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación. Universidad de Cantabria (España) Disponible en: https://personales.unican.es/gutierjm/docs/tut_SistNoLin.pdf.

Conflictos de interés

Los autores declaran que no existen conflictos de interés.

Declaración de autoría

Zurina Lestayo O'Farrill, médico especialista de 1º y 2º grado en Neurología con maestría en Informática en Salud. Realizó la búsqueda bibliográfica y redactó el manuscrito.
José Luis Hernández Cáceres, Físico y Doctor en Ciencias Biológicas, es Profesor e Investigador Titular. Revisó el manuscrito, realizó recomendaciones importantes y aprobó el trabajo final.